

## La projection

**Exercice1:** ABC est un triangle, et soit le point M définie par :  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$  .

- soit  $M_1$  la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC).
- soit  $M_2$  la projection du point  $M_1$  sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AB).
- soit  $M'$  la projection du point  $M_2$  sur la droite (AB) parallèlement à la droite (AC).

1) exprimer le vecteur  $\overrightarrow{BM'}$  en fonction du vecteur  $\overrightarrow{BA}$  .

2) peut-on dire que les segments [AB] et [MM'] ont le même milieu ? justifier votre repense?

**Exercice2:** dans un triangle ABC, soient E et F deux points quelconque respectivement des droites (AB) et (AC). la droite parallèle à (CE) passant par le point F coupe la droite (AB) en E', et la droite parallèle à la droite (BF) passant par E coupe la droite (AC) en F'.

- 1) montrer que :  $AE \times AC = AF \times AB$  .
- 2) déduire que :  $(BC) \parallel (E'F')$  .

**Exercice3:** ABCD est un quadrilatère convexe, et O le point d'intersection de ses deux diamètres [AC] et [BD]. ). la droite parallèle à (BC) passant par le point O coupe la droite (AB) en E, ). la droite parallèle à (DC) passant par le point O coupe la droite (AB) en F.

montrer que :  $(BD) \parallel (EF)$ .

**Exercice4:** dans un quadrilatère convexe, soit le point M définie par  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$  .le point N est la projection du point M sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AC), et le point P est la projection du point N sur la droite (CD) parallèlement à la droite (BD).

1) montrer que :  $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$  .

2) soit Q le point vérifiant  $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$  , montrer que MNPQ est un parallélogramme.

**Exercice5:** ABC est un triangle et M un point du segment [AB], soit le point M' la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC), et le point D la projection du point M' sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AB).

montrer que :  $\frac{MM'}{BC} = 1 - \frac{CD}{CB}$  .

**Exercice6:** ABCD est un trapèze avec  $\overline{DC} = \frac{10}{3}\overline{AB}$ , I et J sont deux point tels que :  $\overline{JA} = \frac{4}{3}\overline{JD}$  et

$\overline{IA} = \frac{-4}{3}\overline{ID}$ . les droites parallèles à la droite (AB) passant respectivement par I et J coupent la droite (BC) en N et Q, la droites parallèle à la droite (AD) passant par B coupe la droite (DC) en E et la droite (JQ) en H.

déterminer la valeur des nombres réels a, b et c tels que :  $\overline{KN} = a.\overline{CE}$ ,  $\overline{EC} = c.\overline{AB}$  et  $\overline{HQ} = b.\overline{AB}$ .

**Exercice7:** L'objectif de cet exercice est de démontrer le Théorème de CEVA :

ABC est un triangle et  $M \in (BC)$ ;  $N \in (AC)$  et  $P \in (AB)$ , distinct de A, B et C,

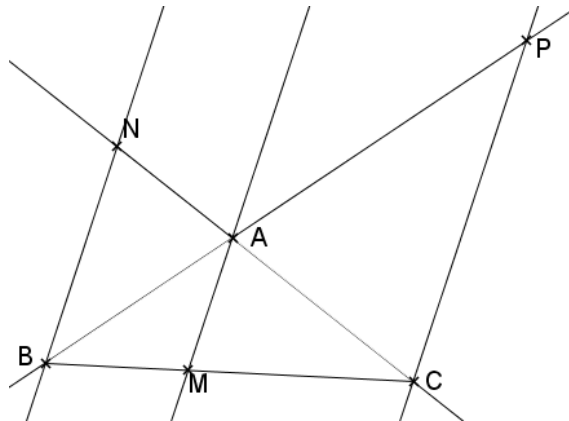
tels que:  $(AM) // (BN) // (CP)$ .

- 1) montrer que :  $\frac{AB}{AP} = \frac{MB}{MC}$ .
- 2) montrer que :  $\frac{BP}{BA} = \frac{NC}{NA}$ .
- 3) déduire que :  $\frac{MB}{MC} \times \frac{NC}{NA} \times \frac{PA}{PB} = 1$ .

**Exercice8:**

ABC est un triangle et  $M \in [BC]$ ;  $N \in (AC)$  et  $P \in (AB)$ , distinct de A, B et C,

tels que:  $(AM) // (BN) // (CP)$ .



- 1) montrer que :  $\frac{MA}{CP} = \frac{BM}{BC}$  et  $\frac{MA}{BN} = \frac{CM}{CB}$ .
- 2) déduire que :  $\frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$ .
- 3) en utilisant les résultats précédentes, construire un segment de longueur h à partir de deux segments de longueurs a et b, tel que :  $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .